

## SSLC CLASS NOTES – CHAPTER 8

# ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಗಳು

**Yakub S**

GOVERNMENT HIGHSCHOOL NADA Email:yhokkila@gmail.com Ph:9008983286

## SSLC CLASS NOTES – CHAPTER 8

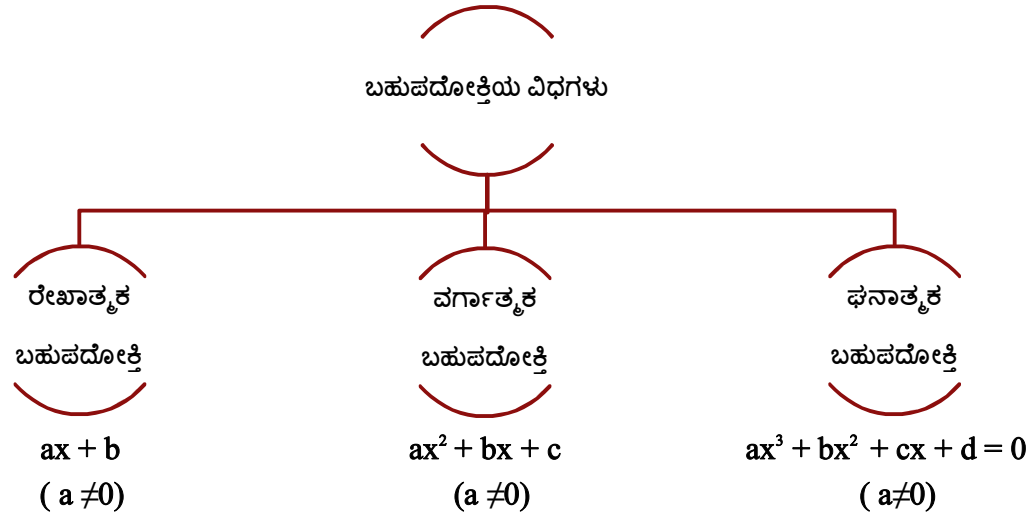
# ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಗಳು

$$P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots + a_nx^n$$

X – ಚರಾಕ್ಷರ, n – ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕ,  $a_1, a_2, a_3, \dots$  ಸ್ಥಿರಾಂಕಗಳು. ಚರಾಕ್ಷರಗಳ ಘಾತ ಋಣಾತ್ಮಕವಾಗಿರಬಾರದು.

- ಮಹತ್ತಮ ಘಾತ: ಒಂದು ಬೀಜೋಕ್ತಿಯಲ್ಲಿರುವ ಚರಾಕ್ಷರದ ಗರಿಷ್ಠ ಘಾತ
- ಸ್ಥಿರ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿ:  $f(x) = 10$  ರೂಪದಲ್ಲಿರುವ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಗಳು
- ಶೂನ್ಯ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿ:  $f(x) = 0$  ಅಥವಾ ಸ್ಥಿರ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿ '0' ಆಗಿರುವುದು.

ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ವಿಧಗಳು



- ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಶೂನ್ಯತೆ:

ಬಹುಪದೋಕ್ತಿ  $P(x)$  ನಲ್ಲಿ  $k$  ಯು ಒಂದು ವಾಸ್ತವ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದ್ದು  $P(k) = 0$  ಆದರೆ  $k$  ಯನ್ನು ಬಹುಪದೋಕ್ತಿ  $P(x)$  ನ ಶೂನ್ಯತೆ ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ.

ಉದಾ:  $f(x) = x^2 - 5x + 6$  ರ ಶೂನ್ಯತೆಗಳು 2 ಮತ್ತು 3. ಏಕೆಂದರೆ  $f(2) = 0$  ಮತ್ತು  $f(3) = 0$

- ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಗಳ ಭಾಗಾಕಾರ ಅಲ್ಗಾರಿಥಂ:  $P(x) = g(x) \cdot q(x) + r(x)$

$$P(x) = \text{ಭಾಜ್ಯ}, g(x) = \text{ಭಾಜಕ}$$

$$q(x) = \text{ಭಾಗಲಬ್ಧ}, r(x) = \text{ಶೇಷ}$$

## SSLC CLASS NOTES – CHAPTER 8

- ಶೇಷ ಪ್ರಮೇಯ: ಒಂದು ಬಹುಪದೋಕ್ತಿ  $P(x)$  ನ್ನು  $(x-a)$  ಯಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ, ಬರುವ ಶೇಷವು  $P(a)$  ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

ಒಂದು ಬಹುಪದೋಕ್ತಿ  $P(x)$  ನ್ನು  $(x+a)$  ಯಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ, ಬರುವ ಶೇಷವು  $P(-a)$  ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

ಒಂದು ಬಹುಪದೋಕ್ತಿ  $P(x)$  ನ್ನು  $(ax+b)$  ಯಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ, ಬರುವ ಶೇಷವು  $P(\frac{-b}{a})$  ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

- ಅಪವರ್ತನ ಪ್ರಮೇಯ:  $(x-a)$  ಯು  $p(x)$  ನ ಅಪವರ್ತನವಾಗಿದ್ದಾಗ,  $P(a) = 0$  ಆಗಿರುತ್ತದೆ. ಇದನ್ನು ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ 'ಅಪವರ್ತನ ಪ್ರಮೇಯ' ಎನ್ನುವರು.

ಅಭ್ಯಾಸ 8.1

1. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಗಳ ಮಹತ್ತಮ ಘಾತ(ಡಿಗ್ರಿ) ವನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

(i)  $x^2 - 9x + 20$  ಮಹತ್ತಮ ಘಾತ - 2

(ii)  $2x + 4 + 6x^2$  ಮಹತ್ತಮ ಘಾತ - 2

(iii)  $x^3 + 2x^2 - 5x - 6$  ಮಹತ್ತಮ ಘಾತ - 3

(iv)  $x^3 + 17x - 21 - x^2$  ಮಹತ್ತಮ ಘಾತ - 3

(v)  $\sqrt{3}x^3 + 19x + 14$  ಮಹತ್ತಮ ಘಾತ - 3

2.  $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 11x + 6$  ಆದರೆ

(i)  $f(0)$  (ii)  $f(1)$  (iii)  $f(-1)$  (iv)  $f(2)$  (v)  $f(-3)$  ಗಳ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 11x + 6$$

(i)  $f(0) = 2(0)^3 + 3(0)^2 - 11(0) + 6$

$$f(0) = 0 + 0 - 0 + 6$$

$$f(0) = 6$$

(ii)  $f(1) = 2(1)^3 + 3(1)^2 - 11(1) + 6$

$$f(1) = 2(1) + 3(1) - 11(1) + 6$$

$$f(1) = 2 + 3 - 11 + 6$$

$$f(1) = 11 - 11$$

$$f(1) = 0$$

(iii)  $f(-1) = 2(-1)^3 + 3(-1)^2 - 11(-1) + 6$

$$f(-1) = -2 + 3 + 11 + 6$$

$$f(-1) = 18$$

(iv)  $f(2) = 2(2)^3 + 3(2)^2 - 11(2) + 6$

$$f(2) = 2(8) + 3(4) - 11(2) + 6$$

$$f(2) = 16 + 12 - 22 + 6$$

$$f(2) = 12$$

(v)  $f(-3) = 2(-3)^3 + 3(-3)^2 - 11(-3) + 6$

$$f(-3) = 2(-27) + 3(9) - 11(-3) + 6$$

$$f(-3) = -54 + 27 + 33 + 6$$

$$f(-3) = 12$$

## SSLC CLASS NOTES – CHAPTER 8

3. ಕೆಳಗಿನ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಗಳ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(i)  $x = 1$  ಆದಾಗ  $g(x) = 7x^2 + 2x + 14$

$$g(x) = 7x^2 + 2x + 14$$

$$\Rightarrow g(1) = 7(1)^2 + 2(1) + 14$$

$$\Rightarrow g(1) = 7 + 2 + 14$$

$$\Rightarrow \mathbf{g(1) = 23}$$

(ii)  $x = 2$  ಆದಾಗ  $p(x) = -x^3 + x^2 - 6x + 5$

$$p(2) = -(2)^3 + (2)^2 - 6(2) + 5$$

$$p(2) = -8 + 4 - 12 + 5$$

$$p(2) = -20 + 9$$

$$\mathbf{p(2) = -11}$$

(ii)  $x = -1$  ಆದಾಗ  $P(x) = 2x^2 + \frac{1}{4}x + 13$

$$p(x) = 2x^2 + \frac{1}{4}x + 13$$

$$p(-1) = 2(-1)^2 + \frac{1}{4}(-1) + 13$$

$$p(-1) = 2 - \frac{1}{4} + 13$$

$$p(-1) = \frac{8-1+52}{4}$$

$$\mathbf{p(-1) = \frac{59}{4}}$$

(iv)  $x = -2$  ಆದಾಗ  $p(x) = 2x^4 - 3x^3 - 3x^2 + 6x - 2$

$$p(-2) = 2(-2)^4 - 3(-2)^3 - 3(-2)^2 + 6(-2) - 2$$

$$p(-2) = 2(16) - 3(-8) - 3(4) + 6(-2) - 2$$

$$p(-2) = 32 + 24 - 12 - 12 - 2$$

$$p(-2) = 32 - 2$$

$$\mathbf{p(-2) = 30}$$

4. ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಸೂಚಿಸಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು, ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಗಳ ಶೂನ್ಯತೆಗಳು ಆಗುತ್ತವೆಯೇ ?

ಎಂಬುವುದನ್ನು ತಾಳೆನೋಡಿ.

(i)  $f(x) = 3x + 1, x = \frac{-1}{3}$

$$f\left(\frac{-1}{3}\right) = 3\left(\frac{-1}{3}\right) + 1$$

$$f\left(\frac{-1}{3}\right) = -1 + 1$$

$$f\left(\frac{-1}{3}\right) = 0$$

$\therefore x = \frac{-1}{3}$  ಇದು  $f(x) = 3x + 1$  ರ ಶೂನ್ಯತೆ ಆಗಿದೆ.

(ii)  $p(x) = x^2 - 4, x = 2$  ಮತ್ತು  $x = -2$

$x = 2$  ಆದಾಗ,

$$p(2) = 2^2 - 4$$

$$p(2) = 4 - 4$$

$$p(2) = 0$$

$x = -2$  ಆದಾಗ,

## SSLC CLASS NOTES – CHAPTER 8

$$p(-2) = (-2)^2 - 4$$

$$p(-2) = 4 - 4$$

$$p(-2) = 0$$

∴  $x = 2$  ಮತ್ತು  $-2$  ಇವು  $p(x) = x^2 - 4$  ರ ಶೂನ್ಯತೆಗಳು ಆಗಿವೆ.

$$(iii) g(x) = 5x - 8, x = \frac{4}{5}$$

$$g\left(\frac{4}{5}\right) = 5\left(\frac{4}{5}\right) - 8$$

$$g\left(\frac{4}{5}\right) = 4 - 8$$

$$g\left(\frac{4}{5}\right) = -4$$

∴  $x = \frac{4}{5}$  ಇದು  $g(x) = 5x - 8$  ರ ಶೂನ್ಯತೆ ಅಲ್ಲ.

$$(iv) p(x) = 3x^3 - 5x^2 - 11x - 3, x = 3, x = -1 \text{ ಮತ್ತು } x = \frac{-1}{3}$$

$x = 3$  ಆದಾಗ,

$$p(3) = 3(3)^3 - 5(3)^2 - 11(3) - 3$$

$$p(3) = 3(27) - 5(9) - 11(3) - 3$$

$$p(3) = 81 - 45 - 33 - 3$$

$$p(3) = 81 - 81$$

$$p(3) = 0$$

∴  $x = 3$  ಇದು  $p(x) = 3x^3 - 5x^2 - 11x - 3$  ರ ಶೂನ್ಯತೆ ಆಗಿದೆ.

$x = -1$  ಆದಾಗ,

$$p(-1) = 3(-1)^3 - 5(-1)^2 - 11(-1) - 3$$

$$p(-1) = 3(-1) - 5(1) - 11(-1) - 3$$

$$p(-1) = -3 - 5 + 11 - 3$$

$$p(-1) = -11 + 11$$

$$p(-1) = 0$$

∴  $x = -1$  ಇದು  $p(x) = 3x^3 - 5x^2 - 11x - 3$  ರ ಶೂನ್ಯತೆ ಆಗಿದೆ.

$x = \frac{-1}{3}$  ಆದಾಗ,

$$p\left(\frac{-1}{3}\right) = 3\left(\frac{-1}{27}\right) - 5\left(\frac{1}{9}\right) - 11\left(\frac{-1}{3}\right) - 3$$

$$p\left(\frac{-1}{3}\right) = \left(\frac{-1}{9}\right) - \left(\frac{5}{9}\right) + \left(\frac{11}{3}\right) - 3$$

$$p\left(\frac{-1}{3}\right) = \frac{-1}{9} - \frac{5}{9} + \frac{33}{9} - \frac{27}{9}$$

$$p\left(\frac{-1}{3}\right) = \frac{-33}{9} + \frac{33}{9}$$

$$p\left(\frac{-1}{3}\right) = \frac{-33+33}{9}$$

$$p\left(\frac{-1}{3}\right) = 0$$

∴  $x = \frac{-1}{3}$  ಇದು  $p(x) = 3x^3 - 5x^2 - 11x - 3$  ರ ಶೂನ್ಯತೆ ಆಗಿದೆ.

5. ಈ ಕೆಳಗಿನ ವರ್ಗ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಗಳ ಶೂನ್ಯತೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದು ಫಲಿತಾಂಶಗಳನ್ನು ತಾಳೆ ನೋಡಿ.

$$(i) f(x) = x^2 + 4x + 4$$

$$= x^2 + 2x + 2x + 4$$

## SSLC CLASS NOTES – CHAPTER 8

$$= x(x + 2) + 2(x + 2)$$

$$= (x + 2)(x + 2)$$

$$x^2 + 4x + 4 = 0 \text{ ಆದಾಗ } x + 2 = 0 \text{ ಆಗುತ್ತದೆ.}$$

$$x + 2 = 0 \text{ ಆದರೆ } x = -2 \text{ ಇದು } f(x) = x^2 + 4x + 4 \text{ ನ ಶೂನ್ಯತೆ ಆಗುತ್ತದೆ.}$$

ತಾಳೆ ನೋಡಿದಾಗ,

$$f(-2) = (-2)^2 + 4(-2) + 4$$

$$f(2) = 4 - 8 + 4$$

$$f(2) = 8 - 8$$

$$f(2) = 0$$

$$(ii) f(x) = x^2 - 2x - 15$$

$$= x^2 - 5x + 3x - 15$$

$$= x(x - 5) + 3(x - 5)$$

$$= (x - 5)(x + 3)$$

$$x^2 + 4x + 4 = 0 \text{ ಆದಾಗ } x - 5 = 0 \text{ ಅಥವಾ } (x + 3) = 0 \text{ ಆಗುತ್ತದೆ.}$$

$$x - 5 = 0 \text{ ಆದರೆ } x = 5 \text{ ಮತ್ತು } (x + 3) = 0 \text{ ಆದರೆ } x = -3 \text{ ಗಳು}$$

$$f(x) = x^2 - 2x - 15 \text{ ನ ಶೂನ್ಯತೆ ಆಗುತ್ತದೆ.}$$

ತಾಳೆ ನೋಡಿದಾಗ,

$$f(5) = 5^2 - 2(5) - 15$$

$$f(2) = 25 - 10 - 15$$

$$f(2) = 25 - 25$$

$$f(2) = 0$$

$$f(3) = (-3)^2 - 2(-3) - 15$$

$$f(2) = 9 + 6 - 15$$

$$f(2) = 15 - 25$$

$$\mathbf{f(2) = 0}$$

$$(iii) f(a) = 4a^2 - 49$$

$$= (2a)^2 - 7^2$$

$$= (2a + 7)(2a - 7)$$

$$4a^2 - 49 = 0 \text{ ಆದಾಗ } 2a + 7 = 0 \text{ ಅಥವಾ } (2a - 7) = 0 \text{ ಆಗುತ್ತದೆ.}$$

$$2a + 7 = 0 \text{ ಆದರೆ } 2a = -7 \Rightarrow a = \frac{-7}{2} \text{ ಮತ್ತು } (2a - 7) = 0 \text{ ಆದರೆ } 2a = 7 \Rightarrow a = \frac{7}{2} \text{ ಗಳು}$$

$$f(a) = 4a^2 - 4 \text{ ನ ಶೂನ್ಯತೆ ಆಗುತ್ತದೆ.}$$

ತಾಳೆ ನೋಡಿದಾಗ,

$$f(a) = 4a^2 - 49$$

$$f\left(\frac{-7}{2}\right) = 4\left(\frac{-7}{2}\right)^2 - 49$$

$$f\left(\frac{-7}{2}\right) = 4\left(\frac{49}{4}\right) - 49$$

$$f\left(\frac{-7}{2}\right) = 49 - 49$$

$$f\left(\frac{-7}{2}\right) = 0$$

$$f(a) = 4a^2 - 49$$

## SSLC CLASS NOTES – CHAPTER 8

$$f\left(\frac{7}{2}\right) = 4\left(\frac{7}{2}\right)^2 - 49$$

$$f\left(\frac{-7}{2}\right) = 4\left(\frac{49}{4}\right) - 49$$

$$f\left(\frac{-7}{2}\right) = 49 - 49$$

$$f\left(\frac{-7}{2}\right) = 0$$

$$(iv) f(a) = 2a^2 - 2\sqrt{2}a + 1$$

$$(\sqrt{2}a)^2 - 2\sqrt{2}a + 1$$

$$(\sqrt{2}a - 1)^2$$

$$(\sqrt{2}a - 1)^2$$

$$f(a) 2a^2 - 2\sqrt{2}a + 1 = 0 \text{ ಆದರೆ } \sqrt{2}a - 1 = 0 \Rightarrow \sqrt{2}a = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

ತಾಳೆ ನೋಡಿದಾಗ,

$$f(a) = 2a^2 - 2\sqrt{2}a + 1$$

$$f\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = 2\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 - 2\sqrt{2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) + 1$$

$$f\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = 2\left(\frac{1}{2}\right) - 2 + 1$$

$$f\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = 1 - 2 + 1$$

$$f\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = 2 - 2$$

$$f\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = 0$$

6.  $x = 1$ , ಇದು  $f(x) = x^3 - 2x^2 + 4x + k$  ಈ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಒಂದು ಶೂನ್ಯತೆಯಾದರೆ,  $k$  ಯ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$x = 1, f(x) = x^3 - 2x^2 + 4x + k \text{ ಈ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಒಂದು ಶೂನ್ಯತೆ}$$

$$\therefore f(1) = 1^3 - 2(1)^2 + 4(1) + k = 0$$

$$1 - 2 + 4 + k = 0$$

$$1 - 2 + 4 + k = 0$$

$$3 + k = 0$$

$$k = -3$$

7.  $k$  ಯ ಯಾವ ಬೆಲೆಗೆ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿ  $x^2 - x - (2k + 2)$  ರ ಶೂನ್ಯತೆಯು  $-4$  ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

$$f(x) = x^2 - x - (2k + 2)$$

$$f(-4) = 0$$

$$(-4)^2 - (-4) - (2k + 2) = 0$$

$$16 + 4 - (2k + 2) = 0$$

$$20 - (2k + 2) = 0$$

$$2k + 2 = 20$$

$$2k = 20 - 2$$

$$k = \frac{18}{2}$$

$$k = 9$$

## SSLC CLASS NOTES – CHAPTER 8

### ಅಭ್ಯಾಸ - 8.2

1. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ  $p(x)$  ನ್ನು  $g(x)$  ನಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ ಹಾಗೂ 'ಭಾಗಾಕಾರದ ಅಲ್ಲಾರಿಥಂ' ನ್ನು ತಾಳಿ ನೋಡಿ.

(i)  $p(x) = x^2 + 4x + 4$  ;  $g(x) = x + 2$

$$\begin{array}{r} x+2 \overline{)x^2 + 4x + 4} \\ \underline{x^2 + 2x} \phantom{+ 4} \\ 2x + 4 \\ \underline{2x + 4} \\ 0 \end{array}$$

$p(x) = x^2 + 4x + 4$

$g(x) = x + 2$

$q(x) = x + 2$

$r(x) = 0$

$g(x).q(x) + r(x) = (x+2)(x+2) + 0 = x^2 + 4x + 4 = p(x)$

(ii)  $p(x) = 2x^2 - 9x + 9$  ;  $g(x) = x - 3$

$$\begin{array}{r} x-3 \overline{)2x^2 - 9x + 9} \\ \underline{2x^2 - 6x} \phantom{+ 9} \\ -3x + 9 \\ \underline{-3x + 9} \\ 0 \end{array}$$

$p(x) = 2x^2 - 9x + 9$

$g(x) = x - 3$

$q(x) = 2x - 3$

$r(x) = 0$

$$\begin{aligned} g(x).q(x) + r(x) &= (x - 3)(2x - 3) + 0 \\ &= 2x^2 - 6x - 3x + 9 + 0 \\ &= 2x^2 - 9x + 9 \\ &= p(x) \end{aligned}$$



## SSLC CLASS NOTES – CHAPTER 8

$$(iii) p(x) = x^3 + 4x^2 - 5x + 6; \quad g(x) = x + 1$$

$$\begin{array}{r} x+1 \ ) x^3 + 4x^2 - 5x + 6 \quad (x^2 + 3x - 8 \\ \underline{x^3 + \quad x^2} \phantom{- 5x + 6} \\ \phantom{x+1 \ )} 3x^2 - 5x \phantom{+ 6} \\ \phantom{x+1 \ )} \underline{3x^2 + 3x} \phantom{+ 6} \\ \phantom{x+1 \ )} \phantom{3x^2} -8x + 6 \\ \phantom{x+1 \ )} \phantom{3x^2} \underline{-8x - 8} \\ \phantom{x+1 \ )} \phantom{3x^2} \phantom{-8x} +14 \end{array}$$

$$p(x) = x^3 + 4x^2 - 5x + 6$$

$$g(x) = x + 1$$

$$q(x) = x^2 + 3x - 8$$

$$r(x) = 14$$

$$\begin{aligned} g(x).q(x) + r(x) &= (x + 1)(x^2 + 3x - 8) + 14 \\ &= x^3 + x^2 + 3x^2 + 3x - 8x - 8 + 14 \\ &= x^3 + 4x^2 - 5x + 6 \\ &= p(x) \end{aligned}$$

$$(iv) p(x) = x^4 - 3x^2 - 4; \quad g(x) = x + 2$$

$$\begin{array}{r} x+2 \ ) x^4 + 0.x^3 - 3x^2 + 0.x - 4 \quad (x^3 - 2x^2 + x - 2 \\ \underline{x^4 + \quad 2x^3} \phantom{- 3x^2 + 0.x - 4} \\ \phantom{x+2 \ )} -2x^3 - 3x^2 \phantom{+ 0.x - 4} \\ \phantom{x+2 \ )} \underline{-2x^3 - 4x^2} \phantom{+ 0.x - 4} \\ \phantom{x+2 \ )} \phantom{-2x^3} x^2 + 0.x \\ \phantom{x+2 \ )} \phantom{-2x^3} \underline{x^2 + 2x} \\ \phantom{x+2 \ )} \phantom{-2x^3} \phantom{x^2} -2x - 4 \\ \phantom{x+2 \ )} \phantom{-2x^3} \phantom{x^2} \underline{-2x - 4} \\ \phantom{x+2 \ )} \phantom{-2x^3} \phantom{x^2} \phantom{-2x} 0 \end{array}$$

$$p(x) = x^4 - 3x^2 - 4$$

$$g(x) = x + 2$$

$$q(x) = x^3 - 2x^2 + x - 2$$

## SSLC CLASS NOTES – CHAPTER 8

$$r(x) = 0$$

$$\begin{aligned} g(x).q(x) + r(x) &= (x + 2)(x^3 - 2x^2 + x - 2) + 0 \\ &= x^4 + 2x^3 - 2x^3 - 4x^2 + x^2 + 2x - 2x - 4 \\ &= x^4 - 3x^2 - 4 \\ &= p(x) \end{aligned}$$

$$(v) p(x) = x^3 - 1; \quad g(x) = x - 1$$

$$\begin{array}{r} x - 1 \ ) \ x^3 + 0x^2 + 0x - 1 \ (x^2 + x + 1 \\ \underline{x^3 - \phantom{0}x^2} \phantom{+ 0x} - 1 \\ \phantom{x^3 - } x^2 + 0x \phantom{- 1} \\ \underline{\phantom{x^3 - } x^2 - \phantom{0}x} \phantom{- 1} \\ \phantom{x^3 - } \phantom{x^2 - } x - 1 \\ \underline{\phantom{x^3 - } \phantom{x^2 - } x - 1} \\ \phantom{x^3 - } \phantom{x^2 - } \phantom{x - } 0 \end{array}$$

$$p(x) = x^3 - 1$$

$$g(x) = x - 1$$

$$q(x) = x^2 + x + 1$$

$$r(x) = 0$$

$$\begin{aligned} g(x).q(x) + r(x) &= (x - 1)(x^2 + x + 1) + 0 \\ &= x^3 - x^2 + x^2 - x + x - 1 \\ &= x^3 - 1 \\ &= p(x) \end{aligned}$$

$$(iv) p(x) = x^4 - 4x^2 + 12x + 9; \quad g(x) = x^2 + 2x - 3$$

$$\begin{array}{r} x^2 + 2x - 3 \ ) \ x^4 + 0x^3 - 4x^2 + 12x + 9 \ (x^2 - 2x + 3 \\ \underline{x^4 + 2x^3 - 3x^2} \phantom{+ 12x} + 9 \\ \phantom{x^4 + } -2x^3 - x^2 + 12x \phantom{+ 9} \\ \underline{\phantom{x^4 + } -2x^3 - 4x^2 + 6x} \phantom{+ 9} \\ \phantom{x^4 + } \phantom{-2x^3 - } + 3x^2 + 6x + 9 \\ \underline{\phantom{x^4 + } \phantom{-2x^3 - } 3x^2 + 6x - 9} \\ \phantom{x^4 + } \phantom{-2x^3 - } \phantom{+ 3x^2 + } 0 \end{array}$$

## SSLC CLASS NOTES – CHAPTER 8

$$p(x) = x^4 - 4x^2 + 12x + 9$$

$$g(x) = x^2 + 2x - 3$$

$$q(x) = x^2 - 2x + 3$$

$$r(x) = 0$$

$$g(x).q(x) + r(x) = (x^2 + 2x - 3)(x^2 - 2x + 3) + 18$$

$$= x^4 + 2x^3 - 3x^2 - 2x^3 - 4x^2 + 6x + 3x^2 + 6x - 9 + 18$$

$$= x^4 - 4x^2 + 12x + 9$$

$$= p(x)$$

2. ಬಹುಪದೋಕ್ತಿ  $p(x) = 4x^3 + 2x^2 - 10x + 2$  ನ್ನು  $g(x)$  ನಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಬರುವ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಮತ್ತು ಶೇಷವು ಕ್ರಮವಾಗಿ  $(2x^2 + 4x + 1)$  ಮತ್ತು 5 ಆದರೆ ಭಾಜಕ  $g(x)$  ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$p(x) = g(x).q(x) + r(x)$$

$$g(x) = \frac{p(x) - r(x)}{q(x)}$$

$$g(x) = \frac{4x^3 + 2x^2 - 10x + 2 - 5}{2x^2 + 4x + 1}$$

$$g(x) = \frac{4x^3 + 2x^2 - 10x - 3}{2x^2 + 4x + 1}$$

$$\begin{array}{r} 2x^2 + 4x + 1 \quad 4x^3 + 2x^2 - 10x - 3 \quad (2x - 3) \\ \underline{4x^3 + 8x^2 + 2x} \\ -6x^2 - 12x - 3 \\ \underline{-6x^2 - 12x - 3} \\ 0 \end{array}$$

$$g(x) = 2x - 3$$

3.  $p(x) = x^3 - 3x^2 + x + 2$  ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯನ್ನು  $g(x)$  ನಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಬರುವ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಮತ್ತು ಶೇಷವು ಕ್ರಮವಾಗಿ  $(x - 2)$  ಮತ್ತು  $(-2x + 4)$  ಆದರೆ  $g(x)$  ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$p(x) = g(x).q(x) + r(x)$$

$$g(x) = \frac{p(x) - r(x)}{q(x)}$$

$$g(x) = \frac{x^3 - 3x^2 + x + 2 - (-2x + 4)}{x - 2}$$

## SSLC CLASS NOTES – CHAPTER 8

$$g(x) = \frac{x^3 - 3x^2 - x + 6}{x - 2}$$

$$\begin{array}{r} x - 2 \overline{) x^3 - 3x^2 - x + 6} \quad (x^2 - x - 3) \\ \underline{x^3 - 2x^2} \phantom{- x + 6} \\ -x^2 - x \phantom{+ 6} \\ \underline{-x^2 + 2x} \phantom{+ 6} \\ -3x + 6 \\ \underline{-3x + 6} \\ 0 \end{array}$$

$$g(x) = x^2 - x - 3$$

4. ಒಂದು ಬಹುಪದೋಕ್ತಿ  $p(x)$  ನ್ನು  $g(x)$  ನಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಬರುವ ಭಾಗಲಬ್ಧ  $q(x)$  ಮತ್ತು ಶೇಷ  $r(x)$  ನ್ನು ಪಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಪ್ರತಿಯೊಂದರಲ್ಲೂ  $p(x)$  ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಕ್ರ.ಸಂ.	$p(x)$	$g(x)$	$q(x)$	$r(x)$
i	$x^3 - 3x^2 + 3x + 2$	$x - 2$	$x^2 - x + 1$	4
ii	$2x^3 + 7x^2 + 11x + 16$	$x + 3$	$2x^2 + x + 5$	$3x + 1$
iii	$2x^4 + 7x^3 + x^2 + x + 1$	$2x + 1$	$x^3 + 3x^2 - x + 1$	0
iv	$x^4 - 2x^3 + 2x - 3$	$x - 1$	$x^3 - x^2 - x - 1$	$2x - 4$
v	$x^6 + 2x^5 - x^4 + x^3 + x^2 - 5x + 5$	$x^2 + 2x + 1$	$x^4 - 2x^2 + 5x - 7$	$4x + 12$

(i)  $p(x) = g(x).q(x) + r(x)$

$$p(x) = (x - 2)(x^2 - x + 1) + 4$$

$$p(x) = x^3 - 2x^2 - x^2 + 2x + x - 2 + 4$$

$$p(x) = x^3 - 3x^2 + 3x + 2$$

(ii)  $p(x) = g(x).q(x) + r(x)$

$$p(x) = (x + 3)(2x^2 + x + 5) + (3x + 1)$$

$$p(x) = 2x^3 + 6x^2 + x^2 + 3x + 5x + 15 + 3x + 1$$

$$p(x) = 2x^3 + 7x^2 + 11x + 16$$

(iii)  $p(x) = g(x).q(x) + r(x)$

$$p(x) = (2x + 1)(x^3 + 3x^2 - x + 1) + 0$$

$$p(x) = 2x^4 + x^3 + 6x^3 + 3x^2 - 2x^2 - x + 2x + 1$$

$$p(x) = 2x^4 + 7x^3 + x^2 + x + 1$$

(iv)  $p(x) = g(x).q(x) + r(x)$

$$p(x) = (x - 1)(x^3 - x^2 - x - 1) + 2x - 4$$

$$p(x) = x^4 - x^3 - x^3 + x^2 - x^2 + x - x + 1 + 2x - 4$$

$$p(x) = x^4 - 2x^3 + 2x - 3$$

## SSLC CLASS NOTES – CHAPTER 8

$$p(x) = (x^2 + 2x + 1)(x^4 - 2x^2 + 5x - 7) + 4x + 12$$

$$p(x) = x^6 + 2x^5 + x^4 - 2x^4 - 4x^3 - 2x^2 + 5x^3 + 10x^2 + 5x - 7x^2 - 14x - 7 + 4x + 12$$

$$p(x) = x^6 + 2x^5 - x^4 + x^3 + x^2 - 5x + 5$$

5. ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಭಾಗಾಕಾರ ಮಾಡದೆಯೇ  $p(x)$  ನ್ನು  $g(x)$  ನಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಬರುವ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಮತ್ತು ಶೇಷವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(i)  $p(x) = x^2 + 7x + 10$ ;  $g(x) = x - 2$

$$p(x) \text{ ನ ಮಹತ್ತಮ ಘಾತ} = 2$$

$$g(x) \text{ ನ ಮಹತ್ತಮ ಘಾತ} = 1$$

$$\therefore q(x) \text{ ನ ಮಹತ್ತಮ ಘಾತ} = 2 - 1 = 1$$

$$\therefore r(x) \text{ ನ ಮಹತ್ತಮ ಘಾತ} = 1 - 1 = 0$$

$$\therefore q(x) = ax + b \text{ ಆಗಿರಲಿ}$$

$$r(x) = c$$

$$p(x) = g(x) \cdot q(x) + r(x)$$

$$x^2 + 7x + 10 = (x - 2)(ax + b) + c$$

$$x^2 + 7x + 10 = ax^2 - 2ax + bx - 2b + c$$

$$x^2 + 7x + 10 = ax^2 - (2a - b)x - 2b + c$$

ಸಹಗುಣಕಗಳನ್ನು ಹೋಲಿಕೆ ಮಾಡಿದಾಗ,

$$a = 1,$$

$$-2a + b = 7$$

$$\Rightarrow -2 - b = 7$$

$$\Rightarrow b = 9$$

$$-2b + c = 10$$

$$\Rightarrow -2(9) + c = 10$$

$$\Rightarrow -18 + c = 10$$

$$\Rightarrow c = 10 + 18 = 28$$

$$\therefore \text{ಭಾಗಲಬ್ಧ } q(x) = x + 9 \text{ ಮತ್ತು ಶೇಷ } r(x) = 28$$

(ii)  $p(x) = x^3 + 4x^2 - 6x + 2$ ;  $g(x) = x - 3$

$$p(x) \text{ ನ ಮಹತ್ತಮ ಘಾತ} = 3$$

$$g(x) \text{ ನ ಮಹತ್ತಮ ಘಾತ} = 1$$

$$\therefore q(x) \text{ ನ ಮಹತ್ತಮ ಘಾತ} = 3 - 1 = 2$$

$$\therefore r(x) \text{ ನ ಮಹತ್ತಮ ಘಾತ} = 1 - 1 = 0$$

$$\therefore q(x) = ax^2 + bx + c \text{ ಆಗಿರಲಿ}$$

$$r(x) = d \text{ ಆಗಿರಲಿ}$$

## SSLC CLASS NOTES – CHAPTER 8

$$p(x) = g(x).q(x) + r(x)$$

$$x^3 + 4x^2 - 6x + 2 = (x-3)(ax^2 + bx + c) + d$$

$$x^3 + 4x^2 - 6x + 2 = ax^3 - 3ax^2 + bx^2 - 3bx + cx - 3c + d$$

$$x^3 + 4x^2 - 6x + 2 = ax^3 - (3a - b)x^2 - (3b - c)x - 3c + d$$

ಸಹಗುಣಕಗಳನ್ನು ಹೋಲಿಕೆ ಮಾಡಿದಾಗ,

$$a = 1,$$

$$-3a + b = 4$$

$$\Rightarrow -3(1) + b = 4$$

$$\Rightarrow -3 + b = 4$$

$$\Rightarrow b = 7$$

$$3b - c = 6$$

$$\Rightarrow 3(7) - c = 6$$

$$\Rightarrow 21 - c = 6$$

$$\Rightarrow -c = 6 - 21$$

$$\Rightarrow c = 15$$

$$-3c + d = 2$$

$$\Rightarrow -3(15) + d = 2$$

$$\Rightarrow -45 + d = 2$$

$$\Rightarrow d = 2 + 45$$

$$\Rightarrow d = 47$$

$$\therefore \text{ಭಾಗಲಬ್ಧ } q(x) = ax^2 + bx + c$$

$$\therefore \text{ಭಾಗಲಬ್ಧ } q(x) = x^2 + 7x + 15$$

$$\text{ಶೇಷ } r(x) = 47$$

6.  $(x^3 + 5x^2 + 5x + 8)$  ರಿಂದ ಎಷ್ಟನ್ನು ಕಳೆದಾಗ ಬರುವ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯು,  $(x^2 + 3x - 2)$  ರಿಂದ

ನಿಶ್ಚೇಷವಾಗಿ ಭಾಗವಾಗುತ್ತದೆ?

$$\begin{array}{r} (x^2 + 3x - 2) \times (x^3 + 5x^2 + 5x + 8) \\ \underline{x^3 + 3x^2 - 2x} \\ 2x^2 + 7x + 8 \\ \underline{2x^2 + 6x - 4} \\ x + 12 \end{array}$$

- $(x^3 + 5x^2 + 5x + 8)$  ರಿಂದ  $(x + 12)$ ನ್ನು ಕಳೆದಾಗ ಬರುವ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯು,  $(x^2 + 3x - 2)$  ರಿಂದ

ನಿಶ್ಚೇಷವಾಗಿ ಭಾಗವಾಗುತ್ತದೆ.

7.  $(x^4 - 1)$ ಕ್ಕೆ ಎಷ್ಟನ್ನು ಕೂಡಿದಾಗ ಬರುವ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯು  $(x^2 + 2x + 1)$  ರಿಂದ ನಿಶ್ಚೇಷವಾಗಿ ಭಾಗವಾಗುತ್ತದೆ?

## SSLC CLASS NOTES – CHAPTER 8

$$\begin{array}{r}
 x^2 + 2x + 1 \ ) x^4 + 0x^3 + 0x^2 + 0x - 1 \ (x^2 - 2x + 3 \\
 \underline{x^4 + 2x^3 + x^2} \\
 -2x^3 - x^2 + 0x \\
 \underline{-2x^3 - 4x^2 - 2x} \\
 +3x^2 + 2x - 1 \\
 \underline{3x^2 + 6x + 3} \\
 -4x - 4
 \end{array}$$

$(x^2 - 1)$ ಕ್ಕೆ  $(4x + 4)$  ನ್ನು ಕೂಡಿದಾಗ ಬರುವ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯು  $(x^2 + 2x + 1)$  ರಿಂದ ನಿಶ್ಚೇಷವಾಗಿ ಭಾಗವಾಗುತ್ತದೆ.

### ಅಭ್ಯಾಸ - 8.3

1. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರತಿ ಲೆಕ್ಕದಲ್ಲಿ, ಶೇಷ ಪ್ರಮೇಯವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ,  $p(x)$  ನ್ನು  $g(x)$  ನಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಬರುವ ಶೇಷವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

- (i)  $p(x) = x^3 + 3x^2 - 5x + 8$        $g(x) = x - 3$   
ಶೇಷ ಪ್ರಮೇಯದಿಂದ ಶೇಷವು  $r(x) = p(3)$  ಆಗಿರುತ್ತದೆ  
 $p(x) = x^3 + 3x^2 - 5x + 8$   
 $p(3) = 3^3 + 3(3)^2 - 5(3) + 8$   
 $p(3) = 27 + 3(9) - 5(3) + 8$   
 $p(3) = 27 + 27 - 15 + 8$   
 $p(3) = 62 - 15$   
 **$p(3) = 47$**
- (ii)  $p(x) = 4x^3 - 10x^2 + 12x - 3$        $g(x) = x + 1$   
ಶೇಷ ಪ್ರಮೇಯದಿಂದ ಶೇಷವು  $r(x) = p(-1)$  ಆಗಿರುತ್ತದೆ  
 $p(x) = 4x^3 - 10x^2 + 12x - 3$   
 $p(-1) = 4(-1)^3 - 10(-1)^2 + 12(-1) - 3$   
 $p(3) = -4 - 10 - 12 - 3$   
 **$p(3) = -29$**
- (iii)  $p(x) = 2x^4 - 5x^2 + 15x - 6$        $g(x) = x - 2$   
ಶೇಷ ಪ್ರಮೇಯದಿಂದ ಶೇಷವು  $r(x) = p(2)$  ಆಗಿರುತ್ತದೆ  
 $p(x) = 2x^4 - 5x^2 + 15x - 6$   
 $p(2) = 2(2)^4 - 5(2)^2 + 15(2) - 6$   
 $p(2) = 32 - 5x4 + 30 - 6$   
 $p(2) = 32 - 20 + 30 - 6$   
 **$p(2) = 36$**   
 **$p(3) = -29$**
- (iv)  $p(x) = 4x^3 - 12x^2 + 14x - 3$        $g(x) = 2x - 1$   
ಶೇಷ ಪ್ರಮೇಯದಿಂದ ಶೇಷವು  $r(x) = p(\frac{1}{2})$  ಆಗಿರುತ್ತದೆ  
 $p(\frac{1}{2}) = 4(\frac{1}{2})^3 - 12(\frac{1}{2})^2 + 14(\frac{1}{2}) - 3$   
 $p(\frac{1}{2}) = 4(\frac{1}{8}) - 12(\frac{1}{4}) + 14(\frac{1}{2}) - 3$

## SSLC CLASS NOTES – CHAPTER 8

$$p\left(\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}\right) - 3 + 7 - 3$$

$$p\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2} + 1$$

$$p\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2} + \frac{2}{2}$$

$$p\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{2}$$

$$(v) \quad p(x) = 7x^3 - x^2 + 2x - 1 \quad g(x) = 1 - 2x$$

ಶೇಷ ಪ್ರಮೇಯದಿಂದ ಶೇಷವು  $r(x) = p\left(-\frac{1}{2}\right)$  ಆಗಿರುತ್ತದೆ

$$p\left(\frac{1}{2}\right) = 7\left(\frac{1}{2}\right)^3 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 2\left(\frac{1}{2}\right) - 1$$

$$p\left(\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{7}{8}\right) - \left(\frac{1}{4}\right) + 1 - 1$$

$$p\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{7}{8} - \frac{1}{4}$$

$$p\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{7-2}{8}$$

$$p\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{5}{8}$$

2. ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಗಳಾದ  $(2x^3 + ax^2 + 3x - 5)$  ಮತ್ತು  $(x^3 + x^2 - 4x - a)$  ಇವಗಳನ್ನು  $(x - 1)$  ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಉಳಿಯುವ ಶೇಷವು ಒಂದೇ ಆಗಿದ್ದರೆ, 'a' ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$g(x) = x-1$  ಆದರೆ  $r(x) = p(1)$  ಆಗುತ್ತದೆ.

$$p(x) = 2x^3 + ax^2 + 3x - 5$$

$$p(1) = 2(1)^3 + a(1)^2 + 3(1) - 5$$

$$p(1) = 2 + a + 3 - 5$$

$$p(1) = a \text{ -----(1)}$$

$$p(x) = (x^3 + x^2 - 4x - a)$$

$$p(1) = 1^3 + 1^2 - 4(1) - a$$

$$p(1) = 1 + 1 - 4 - a$$

$$p(1) = -2 - a \text{ -----(2)}$$

(1) ಮತ್ತು (2) ರಿಂದ

$$a = -2 - a$$

$$2a = -2$$

$$a = -1$$

3. ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಗಳಾದ  $(2x^3 - 5x^2 + x + a)$  ಮತ್ತು  $(ax^3 + 2x^2 - 3)$  ಇವಗಳನ್ನು  $(x - 2)$  ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಕ್ರಮವಾಗಿ  $R_1$  ಮತ್ತು  $R_2$  ಶೇಷಗಳನ್ನು ಉಳಿಸುತ್ತದೆ. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಯೊಂದರಲ್ಲೂ 'a' ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$R_1 = p(2)$$

$$p(x) = 2x^3 - 5x^2 + x + a$$



## SSLC CLASS NOTES – CHAPTER 8

$$p(2) = 2(2)^3 - 5(2)^2 + 2 + a$$

$$R_1 = 2(8) - 5(4) + 2 + a$$

$$R_1 = 16 - 20 + 2 + a$$

$$R_1 = -2 + a$$

$$R_2 = p(2)$$

$$p(x) = ax^3 + 2x^2 - 3$$

$$R_2 = a(2)^3 + 2(2)^2 - 3$$

$$R_2 = 8a + 2(4) - 3$$

$$R_2 = 8a + 8 - 3$$

$$R_2 = 8a + 5$$

$$(i) R_1 = R_2$$

$$-2 + a = 8a + 5$$

$$-8a + a = 2 + 5$$

$$-7a = 7$$

$$a = -1$$

$$(ii) 2R_1 + R_2 = 0$$

$$2(-2 + a) + 8a + 5 = 0$$

$$-4 + 2a + 8a + 5 = 0$$

$$10a + 1 = 0$$

$$10a = -1$$

$$a = \frac{-1}{10}$$

$$(iii) R_1 - 2R_2 = 0$$

$$-2 + a - 2(8a + 5) = 0$$

$$-15a - 12 = 0$$

$$a = \frac{-12}{15}$$

$$a = \frac{-4}{5}$$

## SSLC CLASS NOTES – CHAPTER 8

### ಅಭ್ಯಾಸ - 8.4

1. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲೂ,  $g(x)$  ಎಂಬುವುದು ಬಹುಪದೋಕ್ತಿ  $p(x)$  ಅಪವರ್ತನವಾಗಿದೆಯೇ ಅಥವಾ ಇಲ್ಲವೇ ಎಂಬುದನ್ನು ಅಪವರ್ತನ ಪ್ರಮೇಯ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(i)  $p(x) = x^3 - 3x^2 + 6x - 20$        $g(x) = x - 2$

$$p(x) = x^3 - 3x^2 + 6x - 20$$

$$g(x) = x - 2, p(x) = x^3 - 3x^2 + 6x - 20 \text{ ನ ಅಪವರ್ತನವಾದರೆ } p(2) = 0 \text{ ಆಗಬೇಕು.}$$

$$p(2) = 2^3 - 3(2)^2 + 6(2) - 20$$

$$p(2) = 8 - 12 + 12 - 20$$

$$p(2) = -12$$

$$p(2) \neq 0$$

$$\therefore g(x) = x - 2, p(x) = x^3 - 3x^2 + 6x - 20 \text{ ನ ಅಪವರ್ತನ ಅಲ್ಲ.}$$

(ii)  $p(x) = 2x^4 + x^3 + 4x^2 - x - 7$        $g(x) = x + 2$

$$g(x) = x + 2, p(x) = 2x^4 + x^3 + 4x^2 - x - 7 \text{ ನ ಅಪವರ್ತನವಾದರೆ } p(-2) = 0 \text{ ಆಗಬೇಕು.}$$

$$p(-2) = 2(-2)^4 + (-2)^3 + 4(-2)^2 - (-2) - 7$$

$$p(-2) = 2(16) + (-8) + 4(4) - (-2) - 7$$

$$p(-2) = 32 - 8 + 16 + 2 - 7$$

$$p(-2) = 35$$

$$p(-2) \neq 0$$

$$\therefore g(x) = x + 2, p(x) = 2x^4 + x^3 + 4x^2 - x - 7 \text{ ನ ಅಪವರ್ತನ ಅಲ್ಲ.}$$

(iii)  $p(x) = 3x^4 + 3x^2 - 4x - 11$        $g(x) = x - \frac{1}{2}$

$$g(x) = x - \frac{1}{2}, p(x) = 3x^4 + 3x^2 - 4x - 11 \text{ ನ ಅಪವರ್ತನವಾದರೆ } p\left(\frac{1}{2}\right) = 0 \text{ ಆಗಬೇಕು.}$$

$$p\left(\frac{1}{2}\right) = 3\left(\frac{1}{2}\right)^4 + 3\left(\frac{1}{2}\right)^2 - 4\left(\frac{1}{2}\right) - 11$$

$$p\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{16} + \frac{3}{4} - 2 - 11$$

$$p\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{16} + \frac{3}{4} - 13$$

$$p\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{3+12-208}{16}$$

$$p\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{193}{16}$$

$$p\left(\frac{1}{2}\right) \neq 0$$

$$\therefore g(x) = x - \frac{1}{2}, p(x) = 3x^4 + 3x^2 - 4x - 11 \text{ ನ ಅಪವರ್ತನ ಅಲ್ಲ.}$$

(iv)  $p(x) = 3x^3 + x^2 - 20x + 12$        $g(x) = 3x - 2$

$$g(x) = 3x - 2, p(x) = 3x^3 + x^2 - 20x + 12 \text{ ನ ಅಪವರ್ತನವಾದರೆ } p\left(\frac{2}{3}\right) = 0 \text{ ಆಗಬೇಕು.}$$

## SSLC CLASS NOTES – CHAPTER 8

$$p\left(\frac{2}{3}\right) = 3\left(\frac{2}{3}\right)^3 + \left(\frac{2}{3}\right)^2 - 20\left(\frac{2}{3}\right) + 12$$

$$p\left(\frac{2}{3}\right) = 3\left(\frac{8}{27}\right) + \left(\frac{4}{9}\right) - 20\left(\frac{2}{3}\right) + 12$$

$$p\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{8}{9} + \frac{4}{9} - \frac{40}{3} + 12$$

$$p\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{8+4-120+108}{9}$$

$$p\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{0}{9}$$

$$p\left(\frac{2}{3}\right) = 0$$

$$\therefore g(x) = x - \frac{1}{2}, p(x) = 3x^4 + 3x^2 - 4x - 11 \text{ನ ಅಪವರ್ತನ}$$

$$(iv) p(x) = 2x^4 + 3x^3 - 2x^2 - 9x - 12 \quad g(x) = x^2 - 3$$

$$g(x) = x^2 - 3, p(x) = 2x^4 + 3x^3 - 2x^2 - 9x - 12 \text{ನ ಅಪವರ್ತನವಾದರೆ } p(\sqrt{3}) = 0 \text{ ಮತ್ತು}$$

$$p(-\sqrt{3}) = 0 \text{ ಆಗಬೇಕು.}$$

$$p(\sqrt{3}) = 2(\sqrt{3})^4 + 3(\sqrt{3})^3 - 2(\sqrt{3})^2 - 9(\sqrt{3}) - 12$$

$$p(\sqrt{3}) = 2(9) + 3(3\sqrt{3}) - 2(3) - 9(\sqrt{3}) - 12$$

$$p(\sqrt{3}) = 18 + 9\sqrt{3} - 6 - 9\sqrt{3} - 12$$

$$p(\sqrt{3}) = 18 - 18 + 9\sqrt{3} - 9\sqrt{3}$$

$$p(\sqrt{3}) = 0$$

$$p(-\sqrt{3}) = 2(-\sqrt{3})^4 + 3(-\sqrt{3})^3 - 2(-\sqrt{3})^2 - 9(-\sqrt{3}) - 12$$

$$p(-\sqrt{3}) = 2(9) - 3(3\sqrt{3}) - 2(3) - 9(\sqrt{3}) - 12$$

$$p(-\sqrt{3}) = 18 - 9\sqrt{3} - 6 + 9\sqrt{3} - 12$$

$$p(-\sqrt{3}) = 18 - 18 - 9\sqrt{3} + 9\sqrt{3}$$

$$p(-\sqrt{3}) = 0$$

$$\therefore g(x) = x^2 - 3, p(x) = 2x^4 + 3x^3 - 2x^2 - 9x - 12 \text{ನ ಅಪವರ್ತನ}$$

$$2. x^3 - 3x^2 + ax - 10 \text{ ರ ಅಪವರ್ತನವು } (x - 5) \text{ ಆಗಿದ್ದಾಗ 'a' ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ}$$

$$(x - 5) \text{ ಇದು } x^3 - 3x^2 + ax - 10 \text{ ರ ಅಪವರ್ತನವಾದರೆ } p(5) = 0 \text{ ಆಗಿರಬೇಕು}$$

$$p(x) = x^3 - 3x^2 + ax - 10$$

$$p(5) = 0$$

$$5^3 - 3(5)^2 + 5a - 10 = 0$$

$$125 - 75 + 5a - 10 = 0$$

$$5a = -40$$

$$a = -8$$

$$3. (x^2 - 3x + 2) \text{ ರಿಂದ } (x^3 + ax^2 - bx + 10) \text{ ಭಾಗವಾದಾಗ a ಮತ್ತು b ಗಳ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು}$$

$$\text{ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.}$$

$$(x^2 - 3x + 2)$$

$$(x^2 - 2x - x + 2)$$

$$x(x - 2) - 1(x - 2)$$

$$(x - 2)(x - 1)$$

## SSLC CLASS NOTES – CHAPTER 8

$(x^2 - 3x + 2)$  ಇದು  $(x^3 + ax^2 - bx + 10)$  ನ್ನು ಭಾಗಿಸಿದರೆ,  $p(2) = 0$  ಮತ್ತು  $p(1) = 0$

ಆಗಿರಬೇಕು

$$p(2) = (x^3 + ax^2 - bx + 10)$$

$$p(2) = 0$$

$$\Rightarrow 2^3 + a(2)^2 - 2b + 10 = 0$$

$$\Rightarrow 8 + 4a - 2b + 10 = 0$$

$$\Rightarrow 4a - 2b = -18 \text{ -----(1)}$$

$$p(1) = 0$$

$$\Rightarrow 1^3 + a(1)^2 - b + 10 = 0$$

$$\Rightarrow 1 + a - b + 10 = 0$$

$$\Rightarrow a - b = -11 \text{ -----(2)}$$

(1) ಮತ್ತು (2) ರಿಂದ

$$4a - 2b = -18$$

$$a - b = -11 \text{ ----- ಈ ಸಮೀಕರಣದಿಂದ 2ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ}$$

$$4a - 2b = -18$$

$$2a - 2b = -22$$

$$\underline{2a = 4}$$

$$\mathbf{a = 2}$$

$a = 2$  ಎಂದು ಸಮೀಕರಣ (1) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ,

$$4(2) - 2b = -18$$

$$8 - 2b = -18$$

$$-2b = -18 - 8$$

$$-2b = -26$$

$$\mathbf{b = 13}$$

4.  $(x - 2)$  ಮತ್ತು  $(x - \frac{1}{2})$  ಇವೆರಡೂ  $(ax^2 + 5x + b)$  ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳಾಗಿದ್ದಾಗ,  $a = b$  ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

$(x - 2)$  ಇದು  $(ax^2 + 5x + b)$  ರ ಅಪವರ್ತನವಾದರೆ  $p(2) = 0$  ಆಗಿರಬೇಕು

$$p(x) = ax^2 + 5x + b$$

$$p(2) = 0$$

$$a(2)^2 + 5(2) + b = 0$$

$$4a + 10 + b = 0$$

$$4a + b = -10 \text{ -----(1)}$$

$(x - \frac{1}{2})$  ಇದು  $(ax^2 + 5x + b)$  ರ ಅಪವರ್ತನವಾದರೆ  $p(\frac{1}{2}) = 0$  ಆಗಿರಬೇಕು

$$p(x) = ax^2 + 5x + b$$

$$p(\frac{1}{2}) = 0$$

$$a(\frac{1}{2})^2 + 5(\frac{1}{2}) + b = 0$$

## SSLC CLASS NOTES – CHAPTER 8

$$\frac{a}{4} + \frac{5}{2} + b = 0$$

$$\frac{a+10+4b}{4} = 0$$

$$a + 10 + 4b = 0$$

$$a + 4b = -10 \text{ -----(2)}$$

$a + 4b = -10$  -----ಈ ಸಮೀಕರಣದಿಂದ 4ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ

$$4a + 16b = -40 \text{ -----(3)}$$

(1) ಮತ್ತು (3) ರಿಂದ

$$4a + b = -10$$

$$4a + 16b = -40$$

$$-15b = +30$$

$$b = -2$$

$b = -2$  ಎಂದು ಸಮೀಕರಣ (1) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ,

$$4a - 2 = -10$$

$$4a - 2 = -10 + 2$$

$$4a = -8$$

$$a = -2$$

$$\therefore a = b$$

### ಅಭ್ಯಾಸ - 8.5

1. ಸಂಶ್ಲೇಷಿತ ಭಾಗಾಕಾರವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಮತ್ತು ಶೇಷವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$(i) (x^3 + x^2 - 3x + 5) \div (x - 1)$$

1	1	1	-3	5
		1	2	-1
1	2	-1		4

$$\text{ಭಾಗಲಬ್ಧ } q(x) = x + 2x - 1$$

$$\text{ಶೇಷ } r(x) = 4$$

## SSLC CLASS NOTES – CHAPTER 8

(ii)  $(3x^3 - 2x^2 + 7x - 5) \div (x + 3)$

$$\begin{array}{r|rrrr} -3 & 3 & -2 & 7 & -5 \\ & & -9 & 33 & -120 \\ \hline & 3 & -11 & 40 & -125 \end{array}$$

ಭಾಗಲಬ್ಧ  $q(x) = 3x^2 - 11x - 40$

ಶೇಷ  $r(x) = -125$

(iii)  $(4x^3 - 16x^2 - 9x - 36) \div (x + 2)$

$$\begin{array}{r|rrrr} -2 & 4 & -16 & -9 & -36 \\ & & -8 & 48 & -78 \\ \hline & 4 & -24 & 39 & -114 \end{array}$$

ಭಾಗಲಬ್ಧ  $q(x) = 4x^2 - 24x + 39$

ಶೇಷ  $r(x) = -114$

(iv)  $(6x^4 - 29x^3 + 40x^2 - 12) \div (x - 3)$

$$\begin{array}{r|rrrrr} 3 & 6 & -29 & 40 & 0 & -12 \\ & & 18 & -33 & 21 & 63 \\ \hline & 6 & -11 & 7 & 21 & 51 \end{array}$$

ಭಾಗಲಬ್ಧ  $q(x) = 6x^3 - 11x^2 + 7x + 21$

ಶೇಷ  $r(x) = 51$

(v)  $(8x^4 - 27x^2 + 6x + 9) \div (x + 1)$

$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 8 & 0 & -27 & 6 & 9 \\ & & -8 & 8 & 19 & -25 \\ \hline & 8 & -8 & -19 & 25 & -16 \end{array}$$

ಭಾಗಲಬ್ಧ  $q(x) = 8x^3 - 8x^2 - 19x + 25$

ಶೇಷ  $r(x) = -16$

## SSLC CLASS NOTES – CHAPTER 8

$$(vi) (3x^3 - 4x^2 - 10x + 6) \div (3x - 2)$$

$$\begin{array}{r|rrrr} \frac{2}{3} & 3 & -4 & -10 & 6 \\ & & 2 & \frac{-4}{3} & \frac{-68}{9} \\ \hline & 3 & -2 & \frac{-34}{3} & \frac{-14}{9} \end{array}$$

$$\text{ಭಾಗಲಬ್ಧ } q(x) = (3x^2 - 2x - \frac{34}{3}) \div \frac{1}{3}$$

$$x^2 - \frac{2}{3}x - \frac{34}{9}$$

$$\text{ಶೇಷ } r(x) = \frac{-14}{9}$$

$$(vii) (8x^4 - 2x^2 + 6x - 5) \div (4x + 1)$$

$$\begin{array}{r|rrrrr} -\frac{1}{4} & 8 & 0 & -2 & 6 & -5 \\ & & -2 & \frac{1}{2} & \frac{3}{8} & \frac{-51}{32} \\ \hline & 8 & -2 & \frac{-3}{2} & \frac{51}{8} & \frac{-211}{32} \end{array}$$

$$\text{ಭಾಗಲಬ್ಧ } q(x) = (8x^3 - 2x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{51}{8}) \div \frac{1}{4}$$

$$2x^3 - \frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{8}x + \frac{51}{32}$$

$$\text{ಶೇಷ } r(x) = \frac{-211}{32}$$

$$(viii) (2x^4 - 7x^3 - 13x^2 + 63x - 48) \div (2x - 1)$$

$$\begin{array}{r|rrrrr} \frac{1}{2} & 2 & -7 & -13 & 63 & -48 \\ & & 1 & -3 & -8 & \frac{55}{2} \\ \hline & 2 & -6 & -16 & 55 & \frac{-41}{2} \end{array}$$

$$\text{ಭಾಗಲಬ್ಧ } q(x) = (2x^3 - 6x^2 - 16x + 55) \div \frac{1}{2}$$

$$x^3 - 3x^2 - 8x + \frac{55}{2}$$

$$\text{ಶೇಷ } r(x) = \frac{-41}{2}$$

## SSLC CLASS NOTES – CHAPTER 8

2.  $(x^4 + 10x^3 + 35x^2 + 50x + 29)$  ನ್ನು  $(x + 4)$  ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ದೊರೆಯುವ ಭಾಗಲಬ್ಧವು  
 $(x^3 - ax^2 + bx + 6)$  ಆದರೆ  $a, b$  ಮತ್ತು ಶೇಷವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$(x^4 + 10x^3 + 35x^2 + 50x + 29) \div (x + 4)$$

-4	1	10	35	50	29
		-4	-24	-44	-24
	1	6	11	6	5

ಭಾಗಲಬ್ಧ  $q(x) = x^3 + 6x^2 + 11x + 6$

ಶೇಷ  $r(x) = 5$

$x^3 - ax^2 + bx + 6$  ಮತ್ತು  $x^3 + 6x^2 + 11x + 6$  ಇವುಗಳನ್ನು ಹೋಲಿಕೆ ಮಾಡಿದಾಗ

$-a = 6 \Rightarrow a = -6$  ಮತ್ತು  $b = 11$ ;  $r(x) = 5$

3.  $(8x^4 - 2x^2 + 6x - 7)$  ನ್ನು  $(2x + 1)$  ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಬರುವ ಭಾಗಲಬ್ಧವು

$(4x^3 + px^2 - qx + 3)$  ಆದರೆ  $p, q$  ಮತ್ತು ಶೇಷವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$(8x^4 - 2x^2 + 6x - 7) \div (2x + 1)$$

$-\frac{1}{2}$	8	0	-2	6	-7
		-4	2	0	-3
	8	-4	0	6	-10

ಭಾಗಲಬ್ಧ  $q(x) = (8x^3 - 4x^2 + 6)\frac{1}{2}$

$q(x) = 4x^3 - 2x^2 + 3$

ಶೇಷ  $r(x) = -10$

$4x^3 + px^2 - qx + 3$  ಮತ್ತು  $4x^3 - 2x^2 + 3$  ಇವುಗಳನ್ನು ಹೋಲಿಕೆ ಮಾಡಿದಾಗ

$p = -2$  ಮತ್ತು  $q = 0$ ;  $r(x) = -10$